Белорусский Государственный Университет

Факультет прикладной математики и информатики

Лабораторная работа №2

Метод Ньютона решения нелинейных уравнений

Вариант 7

Выполнил:

Студент 5 группы 2 курса ФПМИ

Дунаев Виктор

Руководитель:

Радкевич Елена Владимировна

Минск, 2017

**1.Постановка задачи**

Дано уравнение: 3\*x + cos(x) + 1 = 0, E=10^(-6).

1. Отделить корни уравнения – длина отрезка отделенности 0,1;
2. Привести уравнение к каноническому виду;
3. Проверить выполнение условий теоремы о сходимости метода Ньютона;
4. Найти априорную и апостериорную оценку количества итераций.

**2.Метод Ньютона**

Используя метод деления отрезка пополам найдем начальное приближение. В качестве начального отрезка возьмём [-0.65, -0.55], где x(-0.65) = -0.154, x(-0.55) = 0.202 (Необходимо найти такой отрезок, на котором функция  непрерывна, монотонна и принимает значения разного знака на концах отрезка. Тогда на таком отрезке функция имеет ровно один корень, и в качестве начального приближения для дальнейшего решения можно взять некоторую точку этого отрезка).Разделим отрезок  на части точкой = -0.6 - полученную точку можно принять за начальное приближение для метода Ньютона. (Берем начальное приближение такое же, как и в методе простых итераций)

Далее приведем уравнение к каноническому виду по схеме:

3\*x + cos(x) + 1 = 0

3\*x = -1 – cos(x)

X = (-cos(x)-1)/3

Последняя формула удовлетворяет виду:.

Проверим выполнения условий теоремы о сходимости метода:

1. функция – определена и дважды непрерывно дифференцируема на отрезке [,+2] = [-0.6, 1.432] , где , при этом на концах \*;
2. для начального приближения выполняется неравенство: 2||M || т.е. (1.663.56) , M=max|, x[,+2].

Тогда справедливо:

1) внутри [,+2] уравнение имеет корень ,при этом единственный;

2) последовательность приближений ,k=1,2,… построенная по правилу = ,k=0,1,… существует и стремится к ;

3) lim = (при k->) - искомый корень;

4) скорость сходимости | - || - | .

Тогда построим итерационный процесс по формуле: = ,k=0,1,…

Априорная оценка: , , x[,+2] ()

**3.Листинг программы**

package mcha\_lab2;

import java.text.NumberFormat;

public class Mcha\_lab2 {

public static void main(String[] args) {

int stop = 6;

NumberFormat formatter = NumberFormat.getNumberInstance();

formatter.setMaximumFractionDigits(stop);

double x0 = -0.6;

double x1 = 0;

int count = 0;

double a = 0.1;

double eps = Math.pow(10,-6);

do {

x1 = x0;

x0 = x1-((3\*x1 + Math.cos(x1) + 1)/(3 - Math.sin(x1)));

count++;

} while (Math.abs(x1 - x0) > eps);

double x4 = 1.5;

double x3 = 0;

x3 = x4;

x4 = x3-((3\*x3 + Math.cos(x3) + 1)/(3 - Math.sin(x3)));

double aprior = (Math.log(eps \* a) / Math.log(a\*Math.abs(x4-x3)));

double n = 3\*x0 + Math.cos(x0) + 1;

System.out.println("Априорная оценка количества итераций: " + formatter.format(aprior));

System.out.println("Апостериорная оценка количества итераций: " + count);

System.out.println("Корень = " + formatter.format(x0));

System.out.println("Вектор невязки: " + formatter.format(n));

}

}

**4.Выходные данные**

Априорная оценка количества итераций: 13

Апостериорная оценка количества итераций: 3

Корень = -0,607102

Вектор невязки = 0

Метод Ньютона позволяет находить решение с заданной точностью за меньшее число итераций, чем метод простой итерации, так как для метода Ньютона ошибка на (k+1)-м шаге зависит квадратично от ошибки на k-м шаге, тогда как для метода простой итерации эта зависимость линейная.